

Exos expressions booléennes

BARBIER J.M. - LGT Dumezil - 1NSI

Rappels utiles :

- une **table de vérité** a 2^n lignes pour n entrées : 4 lignes pour 2 entrées, 8 pour 3,
- on la remplit avec **une colonne intermédiaire par opérateur**, jamais en devinant la sortie,
- priorités : parenthèses, puis NON, puis ET, puis OU et XOR,
- $\bar{a}$ se lit NON a ; la barre indique **jusqu'où** porte le NON.

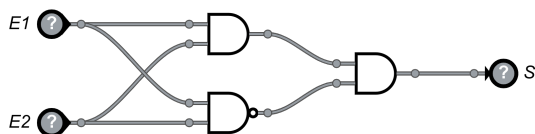
1 En classe

1.1 Exercice 1 : du schéma vers l'expression

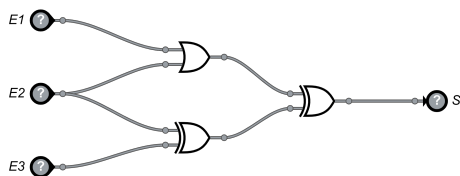
Écrivez l'expression booléenne de la sortie S de chacun de ces trois circuits.

Méthode : nommez d'abord la sortie de chaque porte (A, B, C...), écrivez l'expression de chacune, puis remplacez de proche en proche jusqu'à n'avoir plus que E1, E2, E3.

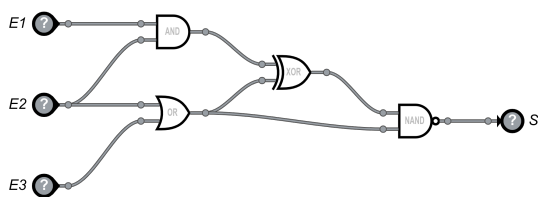
1.1.1 Circuit 2 (cours)



1.1.2 Circuit 3 (cours)



1.1.3 Circuit 1 (maison)



1.2 Exercice 2 : de l'expression vers le schéma

Dessinez le schéma correspondant à chacune de ces expressions, puis donnez le nombre de portes utilisées :

1. $S = \overline{(a \text{ ET } b) \text{ OU } \bar{c}}$
2. $S = \overline{a \text{ OU } (b \text{ ET } c)}$
3. $S = (a \text{ XOR } b) \text{ ET } (a \text{ OU } b)$

Attention à la question 2 : la barre porte sur **toute** l'expression. Vérifiez ensuite vos trois circuits dans le simulateur.

1.3 Exercice 3 : tables de vérité d'expressions

Dressez la table de vérité de chacune de ces expressions, **avec les colonnes intermédiaires** :

1. $S = \overline{a \text{ OU } b}$
2. $S = (a \text{ OU } b) \text{ ET } \overline{(a \text{ ET } b)}$
3. $S = (a \text{ ET } b) \text{ OU } \bar{c}$
4. $S = \bar{a} \text{ OU } (b \text{ XOR } c)$

Puis : les expressions 1 et 2 correspondent chacune à **une seule porte** vue dans le cours. Lesquelles ?

1.4 Exercice 4 : l'additionneur 8 bits

1. Un demi-additionneur utilise 2 portes, un additionneur complet en utilise 5. Combien de portes compte un additionneur 8 bits ?
2. Et si on remplace l'étage du bit 0 par un simple demi-additionneur ?
3. Posez en binaire sur 8 bits l'addition $1111\ 1111 + 0000\ 0001$. Que vaut la retenue finale r_8 ? Que vaut la somme lue sur 8 bits ?

2 Maison

2.1 Exercice 5 : encore des tables

Même travail qu'à l'exercice 3, avec les colonnes intermédiaires :

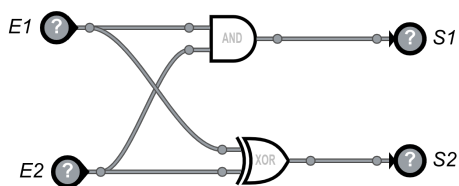
1. $S = \bar{a} \text{ ET } (b \text{ OU } c)$
2. $S = (a \text{ XOR } b) \text{ XOR } c$
3. $S = \overline{a \text{ ET } b} \text{ OU } c$

Pour la 2 : regardez, ligne par ligne, **combien d'entrées valent 1** quand S vaut 1. Que compte ce circuit ?

2.2 Exercice 6 : les additionneurs

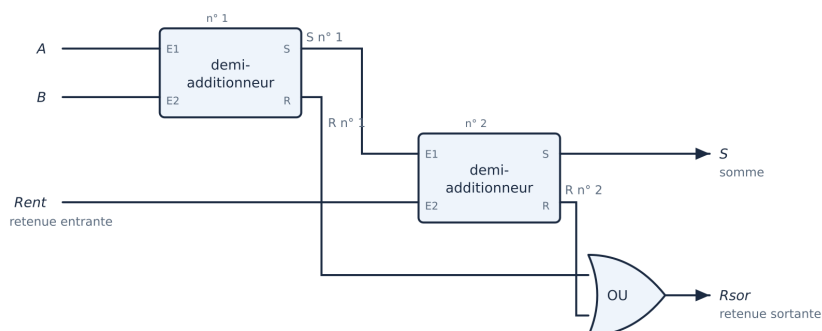
Écrivez les expressions booléennes des **deux** sorties de chacun de ces circuits, en fonction de leurs entrées.

2.2.1 Le demi-additionneur



2.2.2 L'additionneur complet

Ici les deux blocs demi-additionneur sont ceux du circuit précédent : commencez par écrire ce que sortent le n° 1 et le n° 2, puis remplacez.



2.3 Exercice 7 : de l'expression vers le schéma

Dessinez le schéma, et donnez le nombre de portes :

1. $S = \bar{a} \text{ ET } \bar{b}$
2. $S = (a \text{ OU } b) \text{ ET } (b \text{ OU } c)$
3. $S = (a \text{ XOR } b) \text{ OU } c$

2.4 Exercice 8 : équivalentes ou pas ?

Deux expressions sont **équivalentes** si elles ont la même table de vérité. Pour chacune de ces trois paires, dressez les **deux** tables et concluez :

1. $\overline{a \text{ OU } b}$ et $\bar{a} \text{ ET } \bar{b}$
2. $\overline{a \text{ ET } b}$ et $\bar{a} \text{ ET } \bar{b}$
3. $a \text{ XOR } b$ et $(a \text{ OU } b) \text{ ET } \overline{(a \text{ ET } b)}$

2.5 Exercice 9 : une alarme

Une alarme de maison dispose de trois informations, toutes booléennes :

- a : le système est armé,
 - p : la porte est ouverte,
 - f : une fenêtre est ouverte.
1. L'alarme sonne si le système est armé **et** qu'au moins une ouverture est ouverte. Écrivez l'expression booléenne de la sortie S.
 2. Dressez sa table de vérité (3 entrées, donc 8 lignes).
 3. Dessinez le schéma correspondant.
 4. On ajoute un quatrième capteur c : le bon code a été tapé. L'alarme ne doit alors **pas** sonner. Modifiez l'expression.

2.6 Exercice 10 : pour info, non exigible

Le calcul sur les expressions booléennes n'est pas au programme : cet exercice est un bonus, pour ceux qui veulent voir à quoi servent les règles données en fin de cours.

1. En utilisant $a \text{ ET } (\text{NON } a) = 0$, simplifiez l'expression du **circuit 2 du cours** (exercice 1). Que vaut sa sortie, quelles que soient les entrées ?
2. En utilisant les lois de De Morgan, réécrivez $\overline{a \text{ OU } (b \text{ ET } c)}$ sans aucune barre portant sur plus d'une variable. Combien de portes dans le schéma de départ ? dans celui d'arrivée ?